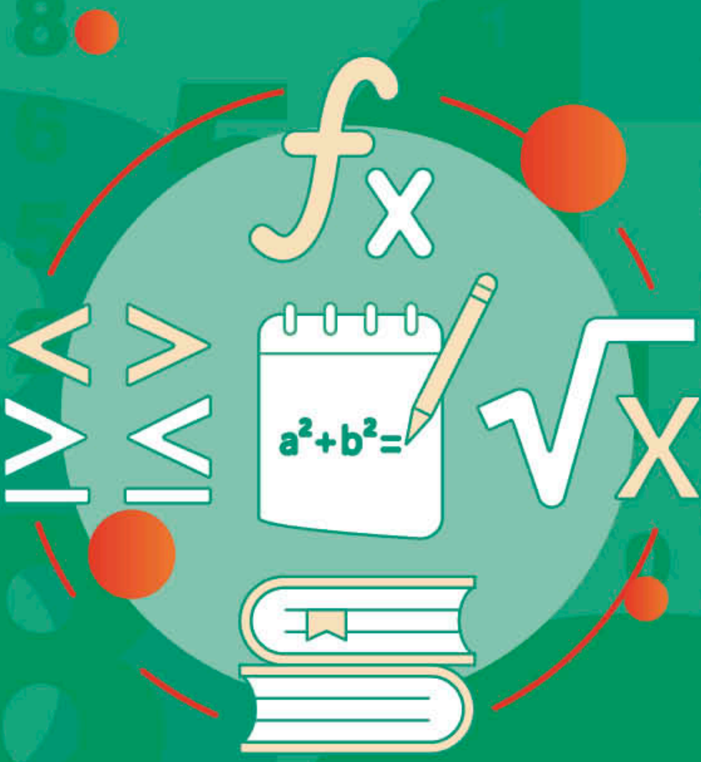
Remise à niveau MATHÉMATIQUES

Quiz

Questions courtes et exercices corrigés



Hinanui Mare Croisié

ellipses

PARTIE 1

Questions
Réponses et exercices d'application

Avant de commencer

Choisissez une question au hasard dans chacun des 5 thèmes proposés :

- Thème A : Nombres et polynômes
- Thème B : Suites numériques
- Thème C : Fonctions
- Thème D : Probabilités - Variables aléatoires
- Thème E : Géométrie dans l'espace

Accumulez des points en répondant correctement aux questions sélectionnées. Consultez la partie « Réponses et exercices d'application » pour découvrir la valeur de chaque question :

(*) = 1 point
(**) = 2 points
(***) = 3 points

À plusieurs, celui qui atteint en premier 10 points est le gagnant.

Pour chaque thème, vous trouverez une partie intitulée « Pour aller plus loin » : cette partie comporte des questions, pas nécessairement plus difficiles, mais qui sont moins souvent abordées dans les sujets d'examen.

Thème A - Nombres et polynômes

Questions de cours

A1. Addition de fractions

Comment additionne-t-on deux fractions ?

. . . .

✏ *Réponse page 18*

A2. Multiplication de fractions

Comment multiplie-t-on deux fractions ?

. . . .

✏ *Réponse page 18*

A3. Division par une fraction

Soient a, b, c et d des réels avec b, c et d non nuls. Compléter : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \cdots \times \ldots$

✏ *Réponse page 18*

A4. Simplification d'une fraction

Comment simplifie-t-on une fraction ?

. . . .

✏ *Réponse page 18*

A5. Puissance 0 ou 1

Soit x un nombre réel non nul.

Compléter : • $x^0 = \ldots\ldots$ • $x^1 = \ldots\ldots$

✏ *Réponse page 20*

A6. Opérations sur les puissances (1)

Soient x et y deux nombres réels non nuls et n, m des entiers relatifs. Compléter :

• $x^n \times x^m = \ldots\ldots$ • $x \times x^n = \ldots\ldots$ • $(xy)^n = \ldots\ldots$

✏ *Réponse page 20*

A7. Opérations sur les puissances (2)

Soient x et y deux nombres réels non nuls et n, m des entiers relatifs. Compléter :

• $x^{-1} = \ldots\ldots$ • $\dfrac{x^n}{x^m} = \ldots\ldots$ • $\left(\dfrac{x}{y}\right)^n = \ldots\ldots$

✏ *Réponse page 20*

A8. Identités remarquables

Quelles sont les 3 identités remarquables ?

....

....

✏ *Réponse page 21*

A9. Signe d'un polynôme de degré 1

Soient a et b deux réels.
Comment détermine-t-on le signe d'un polynôme $P(x) = ax + b$ de degré 1 ?

....

....

....

✏ *Réponse page 22*

A10. Représentation graphique d'un polynôme de degré 1

Soient a et b deux réels.
Proposer une méthode pour tracer le graphe d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.

....

....

....

✏ *Réponse page 24*

A11. Racines d'un polynôme de degré 2

Soient a, b et c trois réels tels que $a \neq 0$ et le polynôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$.
Comment détermine-t-on les racines du polynôme P ?

....

....

....

✏ *Réponse page 26*

A12. **Signe d'un polynôme de degré 2 avec $\Delta > 0$**

Soient a, b et c trois réels tels que $a \neq 0$ et le polynôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$. On pose $\Delta = b^2 - 4ac$.
Dans le cas où $\Delta > 0$, comment détermine-t-on le signe de $P(x)$?

....

....

....

✏ *Réponse page 28*

A13. **Signe d'un polynôme de degré 2 avec $\Delta = 0$**

Soient a, b et c trois réels tels que $a \neq 0$ et le polynôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$. On pose $\Delta = b^2 - 4ac$.
Dans le cas où $\Delta = 0$, comment détermine-t-on le signe de $P(x)$?

....

....

....

✏ *Réponse page 28*

A14. **Signe d'un polynôme de degré 2 avec $\Delta < 0$**

Soient a, b et c trois réels tels que $a \neq 0$ et le polynôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$. On pose $\Delta = b^2 - 4ac$.
Dans le cas où $\Delta < 0$, comment détermine-t-on le signe de $P(x)$?

....

....

....

✏ *Réponse page 29*

Pour aller plus loin

A15. Factorisation d'un polynôme de degré n

Soient $n \in \mathbb{N}^*$; P un polynôme de degré n.
Soit r une racine de P (c'est-à-dire r est tel que $P(r) = 0$).
Par quoi peut-on factoriser ce polynôme P ?

....

✏ *Réponse page 30*

A16. Factorielle

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Comment calcule-t-on $n!$?

On rappelle que $n!$ se lit « factorielle n ».

....

✏ *Réponse page 31*

A17. Coefficient binomial

Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $k \in \mathbb{N}$ avec $k \leq n$. Que vaut le nombre $\binom{n}{k}$?

On rappelle que $\binom{n}{k}$ se lit « k parmi n ».

....

✏ *Réponse page 32*

Réponses et exercices d'application

A1. Addition de fractions (*)

Pour additionner deux fractions, on les met au même dénominateur *(si ce n'est pas déjà le cas)* : il suffit ensuite d'additionner les numérateurs.

A2. Multiplication de fractions (*)

Pour multiplier deux fractions, il suffit de multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

A3. Division par une fraction (*)

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

☞ *On retiendra que diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.*

A4. Simplification d'une fraction (*)

Pour simplifier une fraction $\frac{a}{b}$, on cherche un diviseur commun à a et b. On divise alors a et b par ce nombre.
Pour obtenir une fraction irréductible, c'est-à-dire une fraction que l'on ne peut pas simplifier, on cherche le plus grand diviseur commun à a et b : on divise alors a et b par ce plus grand diviseur commun.

Exercice d'application

(Calculer avec des fractions)

Effectuer les calculs suivants :

$$A = \frac{1}{3}\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{10}\right) \qquad B = 1 - \frac{3}{4}\left(2 - \frac{1}{3}\right) \qquad C = \frac{-2}{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}$$

Solution

$$A = \frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{10}\right)$$

On commence par le calcul des parenthèses : on met au même dénominateur pour soustraire les fractions.

$$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{6}{10} - \frac{1}{10}\right)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{5}{10}$$

On simplifie par 5 la fraction $\frac{5}{10}$.

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$$

Avant de calculer le produit, on vérifie si on peut simplifier. Ici, on ne peut rien simplifier.

$$= \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

$$B = 1 - \frac{3}{4}\left(2 - \frac{1}{3}\right)$$

On commence par le calcul des parenthèses : on met au même dénominateur.

$$= 1 - \frac{3}{4}\left(\frac{6}{3} - \frac{1}{3}\right)$$

$$= 1 - \frac{3}{4} \times \frac{5}{3}$$

La multiplication est prioritaire.

$$= 1 - \frac{3 \times 5}{4 \times 3}$$

Avant de calculer le produit, on vérifie si on peut simplifier. Ici, on peut simplifier par 3.

$$= 1 - \frac{5}{4}$$

On met au même dénominateur.

$$= \frac{4}{4} - \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$C = \frac{-2}{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}$$

On calcule le dénominateur. On a une somme de deux fractions : on les met au même dénominateur.

$$= \frac{-2}{\frac{1}{4} + \frac{2}{4}}$$

$$= \frac{-2}{\frac{3}{4}}$$

Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.

$$= -2 \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{-2 \times 4}{3}$$

Avant de calculer le produit, on vérifie si on peut simplifier. Ici, on ne peut rien simplifier.

$$= -\frac{8}{3}$$